

國立楊梅高中 97 學年度教師甄試各科公佈答案

數學科試題

第一部份：填充題：每格五分

1. $\triangle ABC$ 中， G 為重心，若 $\overline{GA} = 3$ ， $\overline{GB} = 5$ ， $\overline{GC} = 7$ ， $\cos \angle BGC =$ _____

2. 若 $n = 111\dots 1$ ，為 100 位皆為 1 的數，則 n 被 7 除之餘數為 _____

3. 如右圖： $ABCDE$ 為正五邊形，則圖中共有多少個三角形 _____

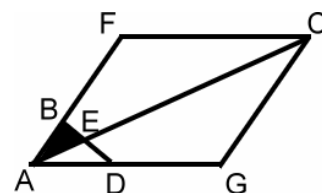
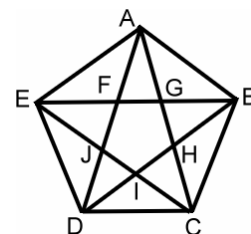
4. 以正六面體的頂點為頂點，可以構成多少個，不同的三角錐 _____

5. 已知 Z 為複數，且 $|Z| = 1$ ，則 $|Z - (3 + \sqrt{7}i)|$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $(m, n) =$ _____

6. 設 n 是奇數，則 $7^n + C_1^n \times 7^{n-1} + C_2^n \times 7^{n-2} + \dots + C_{n-1}^n \times 7$ 被 9 除所得的餘數是 _____

7. 若實數 x 滿足 $\log_2 x = 1 - \sin \theta$ ，則 $|x-1| + |x-8|$ 的值為 _____

8. 平行四邊形 $AFCG$ ， $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{AF}$ ， $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AG}$ 且平行四邊形 $AFCG$ 面積 $\frac{24}{5}$ ，則黑色部分面積為 _____



第二部分：計算或證明題：(一～五題每題 8 分，六、七題每題 10 分)

一、 滿足 $\frac{(y+z)^2}{x} + \frac{(z+x)^2}{y} + \frac{(x+y)^2}{z} = 3(x+y+z)$ ，且 $x, y, z \neq 0$ ， $x+y+z \neq 0$ ，則 $(x+y+z)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}) = ?$

二、 方程式 $(\sqrt{5}+2)^{x^2-2x+1} + (\sqrt{5}-2)^{x^2-2x+1} = 2$ 之解為？

三、 解方程式 $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$

四、 若方程式 $\log(ax) \times \log(ax^2) = 4$ 的所有解都大於 1，則 a 之範圍？

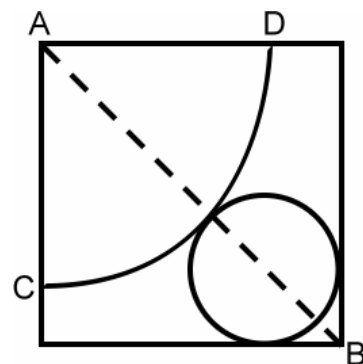
五、 求證下列不等式

(1) $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \frac{x_3^2}{x_1} \geq x_1 + x_2 + x_3$ ， $(x_1, x_2, x_3 > 0)$

(2) a, b, c 為不全相等的正數，且 $a \times b \times c = 1$ ，求證： $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$

六、 在邊長為 a 的正方形中，剪下一個扇形和一個圓(如圖)分別作圓錐的側面和則圍成的圓錐體的體積？

七、 求方程式 $x^2 - 2x - 6|x-2| + 16 = 0$ 的所有根(實根和虛根)



底，

國立楊梅高中 97 學年度教師甄試各科公佈答案

數學科解答

第一部份：填充題：每格五分

1. $-\frac{13}{14}$

2. 5

3. 35

4. 58

5. (5, 3)

6. 7

7. 7

8. $\frac{4}{25}$

第二部分：計算或證明題：(一～五題每題 8 分，六、七題每題 10 分)

一、 8

二、 1

三、 $5 \leq x \leq 10$

四、 $0 < a < \frac{1}{100}$

五、 略

六、 $\frac{1}{3}\pi \times \frac{\sqrt{15} \times (5\sqrt{2} - 2)^3}{23^3} \times a^3$

七、 -2 (重根)，虛根 $1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i$