

新北市立國民中學 113 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卡科目、准考證號碼是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：選擇題 40 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卡請使用黑色 2B 鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 五、答案卡與試題卷須一起繳交，始可離開試場。
- 六、請務必於試題封面填上准考證號碼。

准考證號碼：_____

新聞稿專用

新北市立國民中學 113 學年度教師聯合甄選試題

數學科

選擇題：共 40 題，總分 100 分。第 1~40 題，每題 2.5 分。

1. 已知二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 7x + 5y = 110 \\ 6x + 9y = 2100 \end{cases}$ 的解為 $x = a, y = b$ ，則 $9a + 8b = ?$
(A) 590
(B) 810
(C) 1000
(D) 2210
2. 「幾年前老爸的年齡剛好是兒子的 7 倍，今年老爸的年齡剛好是兒子的 6 倍， a 年後老爸的年齡也剛好會是兒子的 5 倍」。請問 $a = ?$
(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6
3. 平面上有一梯形 $ABCD$ ，已知 \overline{AB} 平行 \overline{CD} ， $\overline{CD} = \overline{AB} + 8$ ， $\overline{AD} : \overline{BC} = 1 : 5$ ，且 $\triangle BCD$ 的面積比 $\triangle ABD$ 的面積多 4 平方單位。請問 $\overline{AD} = ?$
(A) 1
(B) 5
(C) $\sqrt{2}$
(D) $5\sqrt{2}$
4. 已知一元二次方程式 $x^2 - (2k + 1)x - (5k + 4) = 0$ 恰有一個正整數根，其中 k 為整數。則此正整數根為何？
(A) 2
(B) 3
(C) 6
(D) 7
5. 設 $y = f(x)$ 為實係數一元二次函數，已知其圖形頂點的 x 坐標介於 1 和 3 之間，且 $0 < f(1) - f(2) < f(2) - f(3)$ 。對於 $y = f(x)$ 的圖形敘述，下列何者正確？
(A) 凹向上且頂點的 x 坐標介於 1 和 2 之間
(B) 凹向上且頂點的 x 坐標介於 2 和 3 之間
(C) 凹向下且頂點的 x 坐標介於 1 和 2 之間
(D) 凹向下且頂點的 x 坐標介於 2 和 3 之間

6. 坐標平面上，二次函數 $y = -x^2 + 3x + a$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，與 y 軸交於 C 點，其中 a 為整數。已知 $\triangle ABC$ 的面積為 1，則 $a = ?$

(A) 1
(B) 2
(C) -1
(D) -2

7. 有甲、乙、丙三個三角形。甲三角形的三邊長分別為 5 公分、6 公分、10 公分，乙三角形的三邊長分別為 6 公分、6 公分、10 公分，丙三角形的三邊長分別為 6 公分、6 公分、9 公分。請問，它們面積的大小順序為何？

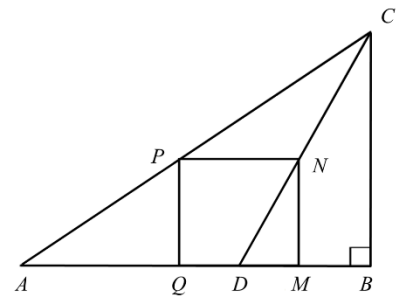
(A) 甲 $>$ 乙 $>$ 丙
(B) 乙 $>$ 丙 $>$ 甲
(C) 乙 $>$ 甲 $>$ 丙
(D) 丙 $>$ 乙 $>$ 甲

8. 有一個三角形，其重心到此三角形的三個邊的距離比為 3 : 4 : 5，則此三角形為何種三角形？

(A) 銳角三角形
(B) 直角三角形
(C) 鈍角三角形
(D) 無法判斷

9. 如右圖，直角三角形 ABC 中， $\angle B$ 是直角、 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{BC} = 3$ 、 \overline{CD} 為 $\angle ACB$ 的角平分線，且四邊形 $MNPQ$ 為正方形，其中 M 、 Q 在 \overline{AB} 上， N 在 \overline{CD} 上， P 在 \overline{AC} 上，則 $\overline{MN} = ?$

(A) $\frac{7}{5}$
(B) $\frac{10}{7}$
(C) $\frac{13}{9}$
(D) $\frac{15}{11}$



10. 有 5 位同學分一堆橘子，第一位同學將橘子平分成 3 份，恰剩下一個，他吃掉剩下那一個，並帶走 2 份。第二位同學將剩下的橘子重新平分成 3 份，也恰剩下一個，他也吃掉剩下那一個，並帶走 2 份。如此下去，直到第五位同學來分橘子時，也都能平分成 3 份，恰剩下一個。請問，這堆橘子至少幾個？

(A) 121
(B) 364
(C) 607
(D) 1093

11. 現在有一個圓錐體形狀的砂漏，從裝滿砂滴到高度為一半時，用去 84 秒。假設此砂漏單位時間內滴出去砂子的體積為定值，請問從高度為一半時滴到空為止，要經歷多少秒？
- (A) 12
(B) 21
(C) 28
(D) 42
12. 空間中有一個正四面體其邊長為 1，今有一平面與此四面體相交成一長方形，且此長方形的長寬比為 2:1。設此長方形的周長為 a ，下列何者正確？
- (A) $a < 2$
(B) $a = 2$
(C) $2 < a < 4$
(D) $a = 4$
13. 有一個 20 項的等差數列，其前 5 項的和為 100，後 10 項的和為 1000。請問其前 10 項的和為何？
- (A) 300
(B) 360
(C) 420
(D) 480
14. 設 $a = 2^8 \times 3^6 \times 5^3 \times 7$ 、 $b = 2^3 \times 3^8 \times 5^6 \times 11$ 、 $c = (2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11)^{10}$ 。請問在 a 和 b 的公倍數中，有多少個是 c 的因數？
- (A) 3200
(B) 4500
(C) 5400
(D) 32000
15. 已知多項式函數 $y = f(x)$ 的圖形對稱於 $x = 2$ ，則下列哪個函數對稱於 $x = 10$ ？
- (A) $y = f\left(\frac{x}{5}\right)$
(B) $y = f(5x)$
(C) $y = f(x + 8)$
(D) $y = f(10 - x)$

16. 下列哪一個方程式所代表的直線和 $L: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$ 互相歪斜且兩線的距離為 5 單位？

(A) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{-2}$

(B) $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-5}{-2}$

(C) $\frac{x-8}{-1} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-8}{-2}$

(D) $\frac{x-15}{-1} = \frac{y-15}{2} = \frac{z-15}{-2}$

17. 盒子中有 10 張牌，其中有 4 張標示「中獎」、6 張「沒有中獎」。今小明隨機選定一張牌，目前小明還不知道選定的牌是否「中獎」。接著主辦單位將剩下的 9 張牌，移走一張「沒有中獎」，並告知小明可以選擇放棄手中第一次選定的牌，再從剩下的 8 張牌隨機選定一張牌。設小明放棄手中第一次選定的牌，再從剩下的 8 張牌隨機選定一張牌，則此時小明「中獎」的機率為何？

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{4}{9}$

(D) $\frac{9}{20}$

18. 關於 $(x^{20} + 1)^{24} \div (x^2 - 1)$ 的商式和餘式的次數，下列何者正確？

(A) 商式的次數為 42，餘式的次數為 0 次

(B) 商式的次數為 42，餘式的次數為 1 次

(C) 商式的次數為 478，餘式的次數為 0 次

(D) 商式的次數為 478，餘式的次數為 1 次

19. 已知直角三角形 ABC 中， $\angle B$ 是直角、 $\overline{AB} = 20$ 、 $\overline{BC} = 24$ ， $\angle A$ 的角度最接近下列何者？

(A) 60 度

(B) 50 度

(C) 40 度

(D) 30 度

20. 共有幾個質數，是二位數，而且其個位數是質數，同時十位數也是質數？

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

21. 過年期間，筱筠收到壓歲錢後去逛街，先花錢買了一些玩具和零食，剩下的錢是花掉的 3 倍，然後買了一件標價 4500 元，但打七五折的衣服，此時發現壓歲錢只剩下三分之一，則筱筠收到的壓歲錢最接近下面哪一個金額？

- (A) 8000 元
- (B) 8500 元
- (C) 9000 元
- (D) 9500 元

22. 平面直角坐標系上，直線 $x - 2y = a$ 與直線 $2x + y = b$ 的交點在第二象限，如果這兩條直線與 x 軸圍出來的三角形面積等於它們與 y 軸圍出來的三角形面積，則下面哪些選項成立？

- (A) $a > 0$ 且 $b > 0$
- (B) $a > 0$ 且 $b < 0$
- (C) $a < 0$ 且 $b > 0$
- (D) $a < 0$ 且 $b < 0$

23. $(1 + \sqrt{2})^4$ 最接近下面哪一個數？

- (A) 35
- (B) 36
- (C) 37
- (D) 38

24. 右圖是一個無窮棋盤，對於 $k \geq 1$ ，滿足 $i + j = k + 1$ 的所有在第 i 列第 j 行的 k 個格子合成第 k 條斜對角線，將正整數依下規則填入棋盤中：第 1 條斜對角線的唯一格子填 1，第 2 條斜對角線的 2 個格子由最上往左下填 2、3，第 3 條斜對角線的 3 個格子由最上往左下填 4、5、6，依此累推如右圖所示。若第 r 列第 c 行所填的數字是 113，則 $3r + 4c$ 等於哪一個數？

	第 1 行	第 2 行	第 3 行	第 4 行				
第 1 列	1	2	4	7	11	16	...	
第 2 列	3	5	8	12	17	...		
第 3 列	6	9	13	18	...			
第 4 列	10	14	19	...				
	15	20	...					
	21	...						
	...							

- (A) 56
- (B) 57
- (C) 58
- (D) 59

25. 若 $a^2 - 2b + 4c + 19 = b^2 - 18c + 3a + 26 = c^2 - 9a + 12b + 38 = 0$ ，則 $a + b + c$ 之值為何？

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5

26. 線段 $\overline{A_1A_4}$ 上依序有 4 點 A_1, A_2, A_3, A_4 滿足 $\overline{A_1A_2} : \overline{A_2A_3} : \overline{A_3A_4} = 3 : 1 : 4$ ，另有不與線段 $\overline{A_1A_4}$ 相交的線段 $\overline{B_1B_4}$ 上依序有 4 點 B_1, B_2, B_3, B_4 滿足 $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4$ 四條直線平行。若 $\overline{A_1B_1} = 10, \overline{A_4B_4} = 20$ ，則 $\overline{A_1B_1} + \overline{A_2B_2} + \overline{A_3B_3} + \overline{A_4B_4}$ 最接近下面哪一個值？
- (A) 56
(B) 57
(C) 58
(D) 59
27. 某一正六邊形的六個頂點依續編號 1、2、3、4、5、6，投一公正骰子三次，得出來的三個數所對應的三個頂點形成直角三角形的機率為何？
- (A) $\frac{10}{216}$
(B) $\frac{12}{216}$
(C) $\frac{10}{36}$
(D) $\frac{12}{36}$
28. 關於對 x 軸對稱、對 y 軸對稱、對直線 $x = y$ 對稱、對原點對稱這四種對稱性質，若 $|x| + y = 1$ 的圖形恰滿足 a 種性質， $|x - y| = 1$ 的圖形恰滿足 b 種性質， $|x + y| = 1$ 的圖形恰滿足 c 種性質，則下面哪一個關係成立？
- (A) $a < b < c$
(B) $a < b = c$
(C) $b < c = a$
(D) $c < a = b$
29. 三角形 ABC 中，若 $\overline{AB} = 10, \overline{BC} = 11, \overline{CA} = 12$ ，則 $\angle A$ 最接近下面哪一個角度？
- (A) 30 度
(B) 45 度
(C) 60 度
(D) 75 度
30. 半徑為 1000 的圓的一個內接正 15 邊形與一個內接正 16 邊形共用一個頂點，這兩個正多邊形的 30 個頂點將圓周分為 30 個弧，則最短弧的長度最接近下面哪一個數？
- (A) 24
(B) 25
(C) 26
(D) 27

31. 設 $O(0,0)$ 為原點，滿足 $\overrightarrow{OP} = a(3,0) + b(1,2)$ 、 $0 \leq a \leq 5$ 、 $-2 \leq b \leq 2$ 的所有點 P 所成區域的面積為何？

- (A) 110
- (B) 120
- (C) 130
- (D) 140

32. 假設 $A = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ ，若 $(A + 2B)^2 = A^2 + 4AB + 4B^2$ ，則 a 之值為何？

- (A) 11
- (B) 12
- (C) 13
- (D) 14

33. $y = \sin(x/2) + \sin(2x/3) + \sin(3x/4)$ 的最小週期為何？

- (A) 6π
- (B) 8π
- (C) 12π
- (D) 24π

34. 某工廠有三臺機器生產同一種零件，第一臺機器生產 60% 的零件，其中有 2% 瑕疵品；第二臺機器生產 30% 的零件，其中有 3% 瑕疵品；第三臺機器生產 10% 的零件，其中有 5% 瑕疵品。如果把三臺機器的產品混合在一起，隨意抽取一件，發現是瑕疵品之後，請問該產品是由第一臺機器所製造的機率最接近下面哪一個值？

- (A) 0.45
- (B) 0.55
- (C) 0.65
- (D) 0.75

35. 複數中的實數部分與虛數部分都是整數，且長度是 15，這樣的複數共有幾個？

- (A) 4
- (B) 8
- (C) 12
- (D) 16

36. 線性目標 $x + 2y$ 在區域 $2|x| + |y| \leq 3$ 的最大值是 a ，線性目標 $3x + 4y$ 在區域 $||x| + 2y| \leq 2$ 的最大值是 b ，線性目標 $5x + 6y$ 在區域 $|x| + y \leq 1$ 的最大值是 c 。請問下面哪一個選項正確？

- (A) $a < b = c$
- (B) $b < c = a$
- (C) $c < a = b$
- (D) $a = b = c$

37. 下面哪一個極限值不存在？

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$
- (B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin x$
- (C) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x}$
- (D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cos x$

38. 用一塊寬 9 公尺、長 24 公尺的鋼板，先在四個角各截去相同大小的正方形，然後摺起四邊焊接起來，形成一個無蓋的長方體蓄水箱，試問在各角截去的正方形邊長應為多少，才能使水箱的容積（鐵板厚度不計）為最大？

- (A) 1.0 公尺
- (B) 1.5 公尺
- (C) 2.0 公尺
- (D) 2.5 公尺

39. 某產品的需求函數為 $p = D(x) = 40 - 0.1x^2$ ，供給函數為 $p = S(x) = 0.3x^2$ ，在市場均衡狀況下，市場的均衡價格為 p^* 元，生產者剩餘的值為 P.S. 元。請問下面哪一個選項正確？

- (A) $p^* = 30$ 、P.S. = 200
- (B) $p^* = 30$ 、P.S. = 210
- (C) $p^* = 40$ 、P.S. = 200
- (D) $p^* = 40$ 、P.S. = 210

40. 重複「同時丟兩枚均勻硬幣」1200 次，觀察出現正面或反面的情形，並令隨機變數 X 表示兩枚硬幣都出現正面的次數，關於 X 的期望值 $E(X)$ 與標準差 $\sigma(X)$ ，下面哪一個選項正確？

- (A) $E(X) = 300$ 、 $\sigma(X) = 12$
- (B) $E(X) = 300$ 、 $\sigma(X) = 15$
- (C) $E(X) = 320$ 、 $\sigma(X) = 12$
- (D) $E(X) = 320$ 、 $\sigma(X) = 15$

新聞稿專用