

1. 若方程式 $x^3 - 4x^2 - 11x + 30 = 0$ 之三根分別為 a, b, c ，則 $\log_{\frac{1}{2}}(a+b+c)$ 之值為

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) -2

2. 若直線 $y = x + k$ 與拋物線 $y = x^2 + 4x + 3$ 相交於點 P ，則 P 的坐標為

- (A) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}\right)$
- (B) $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$
- (C) $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right)$
- (D) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}\right)$

3. 試求 $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{17}\right) \cdot \cos\left(\frac{13\pi}{17}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{17}\right)}$ 之值。

- (A) $-\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) 2
- (D) -2

4. 設多項式 $f(x) = (x+3)(x-2) + 7$ ，若 $f(x)$ 除以 $x-k$ 之餘數為 k^2 ，則 k 的值為

- (A) 1
- (B) 2
- (C) -1
- (D) 0

5. 設 P, Q 為拋物線 $y = x^2$ 上之兩點且與 $(0, 1)$ 的距離最近，試求 \overline{PQ} 距離。
- (A) 1
(B) $\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{3}$
(D) 2
6. 一個袋中裝有11個白球，11個紅球，6個綠球和7個黃球。若從此袋中任意抽出一球，試問所抽出的球既不是紅色亦不是黃色之機率為
- (A) $\frac{8}{35}$
(B) $\frac{11}{35}$
(C) $\frac{17}{35}$
(D) $\frac{18}{35}$
7. 若 a, b, c, d 四個數的標準差是25，試求 $a+50, b+50, c+50, d+50$ 四個數的標準差。
- (A) 0
(B) 25
(C) 50
(D) 75
8. 設 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，求最小自然數 n 使得 $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。
- (A) 2
(B) 4
(C) 6
(D) 8

9. 若 $f(\theta) = \frac{1 + \tan \theta}{\sec \theta}$ ，求 $f'(\pi/4)$ 之值為

- (A) 0
- (B) 1
- (C) $\sqrt{2}$
- (D) $\frac{1}{2}$

10. 求由函數 $y = \sqrt{x+1}$ 之圖形與 x 軸、直線 $x = 0$ 及直線 $x = 8$ 所圍成區域之面積為

- (A) $\frac{52}{3}$
- (B) $\frac{50}{3}$
- (C) $\frac{27}{2}$
- (D) $\frac{25}{2}$

11. 若 $\triangle ABC$ 為空間中之一個三角形，三個頂點坐標分別為 $A(1,7,1)$ 、 $B(4,7,1)$ 、 $C(1,7,5)$ ，則 $\triangle ABC$ 之內心坐標為

- (A) $(2,7,-2)$
- (B) $(2,7,2)$
- (C) $(-2,5,1)$
- (D) $(-2,5,2)$

12. 設 x, y 為實數， $i = \sqrt{-1}$ 且 $x + y + 3i = -4 + xyi$ ，求 $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$ 之值。

- (A) 1
- (B) i
- (C) $-1 + \sqrt{3}$
- (D) $-4 + 2\sqrt{3}$

13. 設有三隻不同之渡船，在安全考量下每船最多可載五人。今有六人，試問共有幾種不同之渡河方法？

- (A) 700
- (B) 726
- (C) 750
- (D) 800

14. 試求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$ 之值。

- (A) ∞
- (B) $-\infty$
- (C) 0
- (D) 4

15. 試求無窮級數 $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{3 \times 6} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+3)} + \cdots$ 之值。

- (A) $\frac{1}{3}$
- (B) $\frac{11}{18}$
- (C) $\frac{3}{4}$
- (D) 1

16. 試求曲線 $y = \frac{1}{2}x^3$ 與 $y = 2x$ 所圍成的區域面積。

- (A) 4
- (B) 8
- (C) 0
- (D) 12

17. 已知函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 3$ 在 $x = 1, -2$ 時有極值，求 $a \times b$ 之值。

- (A) -9
- (B) -6
- (C) 3
- (D) 1

18. 設函數 $f(x) = x^2 + x$ 的圖形為 Γ ，試求通過 Γ 外一點 $Q(1,1)$ 且與 Γ 相切的直線方程式。

- (A) $x - y = 0, x + y = 0$
- (B) $x - y = 0, 5x - y = 4$
- (C) $x + y = 0, 5x - y = -4$
- (D) $x + y = 0, 5x + y = 4$

19. 設 α, β 方程式 $\frac{x+1}{(x+1) + \frac{1}{(x-1) + \frac{1}{x+1}}} = \frac{x+2}{x+3}$ 之兩根，試求 $\alpha + \beta$ 之值。

- (A) 1
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 2

20. 試問聯立方程組 $\begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 - 2y - 1 = 0 \\ x^2 + 2xy - y + 1 = 0 \end{cases}$ 共有幾組解？

- (A) 4
- (B) 3
- (C) 2
- (D) 1

21. 已知 $1 + \sqrt{5}, a + b\sqrt{5}, 16 + 8\sqrt{5}$ 三數成等比數列，其中 a, b 為有理數。試問 (a, b) 有幾組解？

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

22. 試求 $\log_8 \left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}} \right)^{12}$ 之值。

- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) 2
- (D) 8

23. 設 $\angle A, \angle B$ 均為銳角且 $\tan A = \frac{5}{6}, \cot B = 11$ ，試求 $\angle A + \angle B$ 之值。

- (A) 25°
- (B) 40°
- (C) 45°
- (D) 60°

24. 試求 $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right)$ 之值。

- (A) $\frac{\pi}{2}$
- (B) $\frac{\pi}{3}$
- (C) $\frac{3\pi}{2}$
- (D) $\frac{2\pi}{3}$

25. 試求橢圓 $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 6 = 0$ 以 $(2, 2)$ 為中點之弦方程式的斜率。

- (A) $-\frac{3}{2}$
- (B) $-\frac{1}{3}$
- (C) $-\frac{1}{2}$
- (D) $\frac{1}{3}$

26. 設 $A(2, -1)$ 與 $B(-1, 5)$ 為平面上的二定點， $L: x - y + 2 = 0$ 為平面上的
一定線，若點 M 為直線 L 上的一動點，當 $|MA - MB|$ 為最大值時 M 的座標為
 (a, b) ，求 $a + b = ?$

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 14
- (D) 16

27. 令 $x = \frac{1}{2}(\sqrt{11} - 3)$ ，求 $4x^5 + 12x^4 + 2x^3 + 16x^2 + 10x + 5 = ?$

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 6
- (D) 7

28. 若實數 a, b, c 滿足 $a - 3b = 2\sqrt{3}$ 及 $\sqrt{3}c^2 + ab = -1$ ，求 $ab + c = ?$

- (A) -2
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1

29. 設 a_1 為正整數， $a_{i+1} = a_i + 1, i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ ，已知 $\sum_{i=1}^n a_i = 1000$ ，

滿足此條件時， n 為最大值為 r ，令 $\frac{ar}{a_1} = \frac{a}{b}$ (a, b 互質)，求 $a + b$ 的值為多少？

- (A) 10
- (B) 12
- (C) 16
- (D) 20

30. 設 a 為正實數，若 $a^{3x} + a^{-3x} = 18$ ，求 $a^{2x} + a^{-2x} = ?$

- (A) 7
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 12

31. 令 $\sqrt{12 + \sqrt{128}} = x + y, 0 \leq y < 1, x$ 為整數，求 $\sqrt{\frac{y+2+\sqrt{4y+y^2}}{y+2-\sqrt{4y+y^2}}} = ?$

- (A) $\sqrt{2} - 1$
- (B) $2\sqrt{2} - 1$
- (C) $\sqrt{2} + 1$
- (D) $2\sqrt{2} + 1$

32. $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = 2$ ， $BC = 6$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，在 AC 線上取一點 D ，使得 BD 為 $\angle ABC$ 的角平分角線，則 BD 的長最接近下列何數？

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5

33. 令 $a_n = [\log n]$ ， n 為正整數，求 $\sum_{i=5}^{200} a_i$ 的值為多少？
([x]:表示不大於 x 的最大整數)

- (A) 149
- (B) 151
- (C) 249
- (D) 252

34. 設 $f(x) = \frac{3-\sin x}{2+\cos x}$ ，而 $f(x)$ 的最大值為 a ，最小為值 b ，求 $a + b$ 之值為何？

- (A) 4
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 12

35. 若實數 a, b, c 滿足 $a + 2b + 4c = 0$ 且 $a^2 + 4b^2 + 16c^2 - 6 = 0$ ，則 $b^2 - 4b + 3$ 的最小值為何？

- (A) -1
- (B) 0
- (C) 1
- (D) 2

36. 設 M 為 $\triangle ABC$ 中內部的一點，而三角形三頂點座標分別為 $A(3, -1)$, $B(2, 5)$, 及 $C(-1, 3)$ ，若 $\triangle MAB$, $\triangle MBC$, $\triangle MCA$ 的面積比為 3: 2: 1，則 M 的座標為 (x, y) ，試問下列何者正確？

- (A) $x = 1$
- (B) $x = 1.5$
- (C) $y = 2$
- (D) $y = 2.5$

37. 若 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$ 且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 則 $|2\vec{a} + 3\vec{b} + 5\vec{c}| = ?$

- (A) 7
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 12

38. 當 $x = r$ 時, $\sqrt{(x-6)^2 + 25} + \sqrt{(x+2)^2 + 1}$ 有最小值 s , 求 $6r + s = ?$

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 10

39. 若 $\begin{cases} x + ky = 10 - 2k \\ kx - y = 10k \end{cases}$ 有整數解, 求 k 的可能值有幾個?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

40. 設 M 為正整數且 $10000 \leq M \leq 99999$, 已知 M 的數字和為12, 求這樣的 M 共有多少個?

- (A) 1330
- (B) 1340
- (C) 1420
- (D) 1440

41. 令 $P = 11^{10}$, 而 P 的百位數字為 a , 十位數字為 b , 個位數字為 c , 求 $a + b + c$ 之值為何?

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8

42. 袋中有 2 個紅球，3 個白球，及 4 個黃球，若每次從袋中隨機取出一球且取後不放回，則紅球先被取完的機率為 $\frac{a}{b}$ (a, b 互質)，求 $b - a$ 之值為何？

- (A) 20
- (B) 23
- (C) 25
- (D) 28

43. 設 M 為 $\triangle ABC$ 的內心， $\angle B$ 的角平分線交 AC 於點 Q ，若 $AQ + AB = BC$ 且 $AB = 3$ ， $BC = 5$ ，求 AM 的長為何？

- (A) $\sqrt{2}$
- (B) $\sqrt{3}$
- (C) 2
- (D) 2.3

44. 在正方形 $ABCD$ 的 BC 邊上取一點 P ，及 CD 邊上取一點 Q ，使得 $\angle PAQ = 45^\circ$ ，若正方形 $ABCD$ 的面積： $\triangle APQ$ 的面積 = $5:2$ ，則 $AB = kPQ$ ，求 k 的值為何？

- (A) $\frac{7}{6}$
- (B) $\frac{5}{4}$
- (C) $\frac{7}{5}$
- (D) $\frac{5}{3}$

45. 設 $ABCD$ 為邊長 1 單位的正方形，點 E, F 分別在 BC 及 CD 邊上，使得 $\triangle AEF$ 為正三角形，求 AE 為多少單位長？

- (A) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
- (B) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
- (C) $2\sqrt{2} + 1$
- (D) $2\sqrt{2} - 1$

46. 四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $BC = 1$ ， $CD = 2$ ，則

對角線 AC 長的平方為 $\frac{a}{b}$ (a, b 互質)，求 $a + b$ 之值為何？

- (A) 19
- (B) 23
- (C) 27
- (D) 31

47. $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = a + b$ ， $-x = c + d$ ，設 a, c 均為整數且 $0 \leq b, d < 1$ ，

求 $b^3 + d^3 + 3bd = ?$

- (A) 0
- (B) 1
- (C) $\sqrt{2}$
- (D) $2\sqrt{2}$

48. 設 $a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_8$ 為 8 個正整數，已知 $\sum_{i=1}^8 a_i = 56$ ， $\sum_{i=2}^7 a_i = 44$ ，求 $2a_2 + a_7 = ?$

- (A) 18
- (B) 19
- (C) 20
- (D) 21

49. 設實數 a, b, c, d 滿足 $\frac{6}{(2n+1)(2n+2)(2n+3)(2n+4)} = \frac{a}{2n+1} + \frac{b}{2n+2} + \frac{c}{2n+3} + \frac{d}{2n+4}$ ，

求 $2a + b + 2c + d = ?$

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 4
- (D) 6

50. 設 x_i ， $i = 1, 2, 3, \cdots, 10$ 為正整數，若 $\sum_{i=1}^{10} x_i \leq 13$ ，則 $(x_1, x_2, \cdots, x_{10})$ 共有多少種不同的情形？

- (A) 165
- (B) 220
- (C) 286
- (D) 364