

國立馬祖高級中學114學年度第2次專任教師甄試 數學科 試題卷

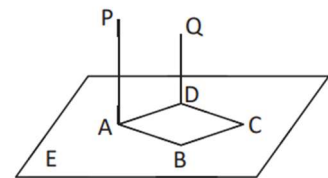
單選題

- 設 a, b 均為正整數，滿足絕對值不等式 $\begin{cases} |x-6| \leq a \\ |x+2| > b \end{cases}$ 的整數 x 共有16個，試問 $a+b$ 之值為何？
(1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 12 (5) 13
- 某連鎖店研發一款底面為矩形的四角柱水杯（無握柄）當作紀念品贈送，此水杯高度為 12 公分，最大容量為 588 ml（把水杯裝滿的情況下），若在杯壁厚度忽略不計的情況下，底面和側邊四個面的表面積總和要最小。試問下列選項何者是此表面積總和的最小值？（單位：平方公分）
(1) 217 (2) 336 (3) 385 (4) 400 (5) 434
- 座標平面上，已知圓 C 是直線 $L_1: 4x+3y=12$ 與兩座標軸所圍成 Δ 的內切圓，今有直線 L_2 與 L_1 平行且與圓 C 相切，若 L_2 方程式為 $4x+3y=k$ ，試問 k 之值為何？
(1) 5 (2) 4 (3) 3 (4) 2 (5) 1
- 平面上直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 4\sqrt{3}$ 。若分別以 \overline{AB} 與 \overline{AC} 為底邊在 $\triangle ABC$ 的外部作頂角等於 120° 的等腰三角形 $\triangle MAB$ 與 $\triangle NAC$ ，試問線段 \overline{MN} 長度為何？
(1) $2\sqrt{7}$ (2) $2\sqrt{10}$ (3) $4\sqrt{3}$ (4) $4\sqrt{7}$ (5) $4\sqrt{10}$
- 從 1 到 20 的 20 個整數中，取出相異的 3 個數 a, b, c ，使滿足條件 $a < b < c$ 、 $b-a \geq 3$ 且 $c-b \geq 4$ ，試問 (a, b, c) 的取法數是下列哪一個選項？
(1) 495 (2) 455 (3) 410 (4) 365 (5) 320
- 設 $f(x)$ 為三次多項式，已知 $f(-1) = f(2) = -3$ ，且局部看 $y = f(x)$ 的圖形在 $x = -1$ 附近為近似直線 $y = -3$ 。若將 $y = f(x)$ 的圖形向左平移 4 單位，再向上平移 k 單位，則此時 $y = f(x) \geq 0$ 的解為 $x = \alpha$ 或 $x > \beta$ 。試問 $k + \alpha - \beta$ 之值為何？
(1) 6 (2) -6 (3) 4 (4) -4 (5) 0
- 座標平面上，圓 $C_1: x^2 + y^2 = 4$ 與兩座標軸交於 4 點，圓 $C_2: x^2 + y^2 = 2$ 與 $x - y = 0$ 交於 2 點，圓 C_2 與 $x + y = 0$ 交於 2 點。試問這 8 個點共可決定不同的直線數及不同的三角形數之總和？
(1) 72 (2) 70 (3) 68 (4) 66 (5) 64
- 有一實數數列 $\langle a_n \rangle$ ，其中 $a_n = \sin(n\pi + \frac{\pi}{6})$ ， n 為正整數，試問 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^n$ 之值為何？
(1) $-\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $3 - 2\sqrt{3}$ (4) $3 + 2\sqrt{3}$ (5) 0
- 一箱內有 n 顆球 ($n > 3$)，其中藍球 1 顆、白球 2 顆、其餘均為綠球。取得球之計分如下：每顆藍球 2n 分、每顆白球 n 分、每顆綠球 1 分。今從箱內同時隨機抽取 2 球，若所得分數的期望值 E_n 為整數，試問 $n + E_n$ 之值為何？
(1) 10 (2) 12 (3) 15 (4) 17 (5) 20
- 將第10個費馬數以科學記號表示，即 $2^{2^{10}} + 1 = a \times 10^m$ ，其中 $1 \leq a < 10$ 且 m 為整數，可據以得知此費馬數為 n 位整數，又若 a 的整數部分為 b ，試問 $m + n + b$ 之值為何？
(1) 310 (2) 312 (3) 616 (4) 617 (5) 618
- 設 $0 \leq a \leq 30$ ，若直線 $x = a$ 與函數 $y = f(x) = \sin(\pi x)$ 及函數 $y = g(x) = \cos(\pi x)$ 圖形分別交於 P, Q 兩點，試問滿足 $\overline{PQ} = 1$ 之所有可能 a 值之總和？
(1) 61 (2) 122 (3) 245 (4) 410 (5) 915

12. 座標平面上兩定點 $O(0,0)$ 、 $Q(4,3)$ 及動點 P 在圓 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 上，若當 P 點座標為 (a,b) 時， $\triangle OPQ$ 的面積有最大值 m ，試問 $m + 2a - b$ 之值為何？
 (1) 17 (2) 16 (3) 15 (4) 14 (5) 12

13. 座標平面上有 \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{AC} 兩非零向量，若向量 $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ ，且 \overrightarrow{AD} 在 \overrightarrow{AB} 上的正射影為 $\frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$ ， \overrightarrow{AC} 在 \overrightarrow{AB} 上的正射影為 $k \cdot \overrightarrow{AB}$ ，四邊形 $ABDC$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 h 倍，試問 $4k + 2h$ 之值為何？
 (1) 6 (2) 7 (3) 8 (4) 9 (5) 10

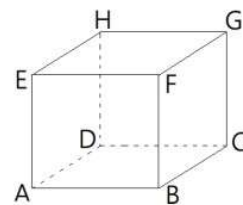
14. 如右圖，平面 E 上有一矩形 $ABCD$ ，平面 E 外有 P 、 Q 兩點，滿足 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{DQ} \perp \overrightarrow{DA}$ 。則在下列 5 個選項中：(A) 向量 $\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AB} = 0$ (B) $\overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{BC}$ (C) $\overrightarrow{DB} \perp \overrightarrow{DQ}$ (D) $\overrightarrow{AP} \parallel \overrightarrow{DQ}$ (E) 向量 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{PD}$ ，試問正確的有幾個？
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5



15. 如右圖，正六面體 $ABCD-EFGH$ ，若直線 $\overrightarrow{FG} : \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-2}{-1}$ 、

直線 $\overrightarrow{DH} : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{a} = \frac{z-12}{-4}$ ，試問此正六面體的邊長長度為何？

- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (3) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ (4) $3\sqrt{2}$ (5) $3\sqrt{3}$



16. 設有一虛部不為零的複數 z ，其長度為 2 (即 $|z|=2$)，且在複數平面上與 -2 及 z^2 剛好在同一直線上，與 1 及 z^3 也同在另一直線上，試問以 z 、 z^2 、 z^3 所圍成三角形面積為何？

- (1) $4\sqrt{15}$ (2) $\frac{9\sqrt{15}}{2}$ (3) $6\sqrt{15}$ (4) $\frac{13\sqrt{15}}{2}$ (5) $8\sqrt{15}$

17. 某人種植甲水果 x 單位及乙水果 y 單位，收成後甲水果每單位可獲利 7 萬元，乙水果每單位可獲利 6 萬元。在滿足下列四條件下： x 不超過 15、 $x+y$ 不超過 24、 x 不超過 y 的 3 倍、 y 不超過 x 的 2 倍，試問可獲利最大多少萬元？

- (1) 125 (2) 152 (3) 153 (4) 159 (5) 160

18. 已知線性變換矩陣 $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ，若直線 $x + 2y = 3$ 經過 T 變換後成為直線 L ， L 的方程式為 $ax + by = 3$ ，試問 $a - b$ 之值為何？

- (1) 7 (2) 6 (3) 5 (4) 4 (5) 3

19. 設函數 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 6$ 且 $0 < a \leq 2$ ，令此函數在區間 $0 \leq x \leq t$ 的最小值為 $S(t)$ ，試問下列何者是 $\int_0^2 S(t)dt$ 的最小值。

- (1) 4 (2) 4.5 (3) 5 (4) 5.5 (5) 6

20. 已知 $A = \{(x,y) \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$ ， $B = \{(x,y) \mid ax \leq y^2\}$ ， $C = A \cap B$ ，若將圖形 C 繞 x 軸旋轉得一立體的體積為 $\frac{9}{16}\pi$ ，試問 a 之值為何？

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) 1 (5) $\frac{3}{2}$

21. 等差數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 公差均不為 0，已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 5$ ，試問 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n \cdot b_{2n}}$ 之值？

- (1) $\frac{5}{6}$ (2) 1 (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{5}{3}$ (5) $\frac{5}{2}$

22. 有甲乙兩個袋子，甲袋中有 3 白球 2 紅球，乙袋中有 1 白球 2 紅球，今隨機任選一袋，再由袋中隨機取出 2 球，若在取出 2 球為 1 白球 1 紅球的條件下，試問此 2 球來自甲袋的機率為何？
- (1) $\frac{19}{30}$ (2) $\frac{9}{19}$ (3) $\frac{8}{15}$ (4) $\frac{5}{8}$ (5) $\frac{3}{10}$
23. 平面上有一 $\triangle ABC$ ，已知向量 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 的內積為 20， \overrightarrow{BC} 與 \overrightarrow{AC} 的內積為 5，試問 \overrightarrow{AC} 長度？
- (1) 5 (2) $2\sqrt{5}$ (3) 4 (4) $\sqrt{15}$ (5) $2\sqrt{3}$
24. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix}$ 的行列式值 $\det A = \frac{1}{2}$ ，其中 a, b, c 均為實數。試問行列式 $\det(A - A^{-1})$ 之值為下列哪個選項？
- (1) 0 (2) $\frac{3}{2}$ (3) 2 (4) $\frac{9}{2}$ (5) 5
25. 設 a, b 為實數(其中 $a > 0$)，若多項式 $ax^2 + (2a + b)x - 12$ 除以 $x^2 + (2 - a)x - 2a$ 所得餘式為 6，試問 $a - b$ 之值為下列哪個選項？
- (1) -12 (2) -9 (3) -6 (4) 3 (5) 12

國立馬祖高級中學114學年度第2次專任教師甄試 數學科 參考答案

單選題

1	(2)	2	(3)	3	(4)	4	(4)	5	(2)
6	(5)	7	(1)	8	(1)	9	(3)	10	(5)
11	(5)	12	(2)	13	(4)	14	(1)	15	(3)
16	(3)	17	(4)	18	(5)	19	(1)	20	(2)
21	(3)	22	(2)	23	(1)	24	(4)	25	(5)