

# 臺北市立松山高級商業家事職業學校

## 115 學年度第 2 次教師甄選

### 數學科題目卷

#### 壹、填充題（20 題，每題 5 分，合計 100 分）

1. 設一扇形的周長為 20，則此扇形面積的最大值為？
2. 解不等式  $x^2 - |2x - 1| - 1 < 0$
3.  $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4}$ ，求滿足  $0 < y < 1$  的  $x$  範圍？
4. 試求行列式  $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}$  之值？（化至最簡）
5. 一道光線經過  $A(-2,6)$ ，沿著水平方向前進，遇到拋物線  $y^2 = 4x$  上一點  $P$ ，經反射後通過一點  $B$ ，而  $\overline{PB} = 5$ ，則  $B$  點坐標為？
6. 設有方程式  $x^5 = 1$ ，它的五個根為  $1, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ ，試求  $(3 - \omega_1)(3 - \omega_2)(3 - \omega_3)(3 - \omega_4)$  之值？
7.  $A(4,-4,6)$ 、 $B(2,0,2)$ 、 $C(4,-1,3)$ ，則  $B$  在  $\overline{AC}$  上的正射影點？
8. 在空間中，已知平面  $E$  通過  $A(3,0,0)$ 、 $B(0,4,0)$  及正  $z$  軸上一點  $C(0,0,k)$ ，如果平面  $E$  與  $xy$  平面的夾角成  $45^\circ$ ，則  $k = ?$
9. 設平面  $x + y + z = 1$  與球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  相交部分為圓  $S$ 。已知平面  $2x + 2y + z = 1$  與圓  $S$  交於  $P, Q$  兩點，則  $\overline{PQ}$  之長為？

10. 設  $a_n$  表  $15^n$  所有正因數的總和，試求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{15^n} = ?$

11. 食鹽水 100 克，每次取出 20 克再加入 20 克的純水，如此繼續操作，則至少要幾次後，其濃度始小於原濃度的  $\frac{1}{10}$

12.  $3^{200}$  為  $n$  位數字，其個位數字為  $a$ ，最高位數為  $b$ ，求  $(n, a, b)$  ?

13. 四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CD} = 5$ ， $\overline{DA} = 7$ ，且  $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ ，則對角線  $\overline{AC}$  長為？

14.  $f(x) = x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10$ ，已知  $f(1-2i) = 0$ ，則  $f(x) < 0$  之解為？

15. 設  $f'(0) = a$ ，求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x) - f(\sin x)}{x} = ?$

16. 有一個兩列三行的表格如右圖。在六個空格中分別填入數字 1、2、3、4、5、6（不得重複），則 1、2 這兩個數字在同一行或同一列的方法有幾種？


17. 求  $\int_0^\pi \frac{\sin x + \tan x}{\sec x} dx = ?$

18. 求  $\int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx = ?$

19. 曲線  $y = x^2 - \frac{27}{x^2}$  的反曲點？

20. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{-\frac{3}{2}} \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{i} \right) = ?$