



1. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3}$ 之值為何？
- (A) $\frac{1}{6}$
- (B) $\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{1}{2}$
- (D) 1
2. 函數 $e^x \cos x$ 在 $x = 0$ 的泰勒級數展開中， x^4 的係數為何？
- (A) $-\frac{1}{6}$
- (B) 0
- (C) $\frac{1}{24}$
- (D) $\frac{1}{6}$
3. 設 $F(x) = \int_x^{x^2} e^{t^2} dt$. 則 $F'(1)$ 之值為何？
- (A) 0
- (B) e
- (C) $2e$
- (D) $-e$
4. 級數 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2+1}$ 的收斂性為下列何者？
- (A) 絕對收斂
- (B) 條件收斂
- (C) 發散，因為一般項非單調遞減
- (D) 發散，因為一般項不趨近於 0
5. 設 $D = \{(x, y): 0 \leq y \leq x \leq 1\}$ 。試求 $\iint_D (x+y) dA$ 之值為何？
- (A) $\frac{1}{3}$
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $\frac{2}{3}$
- (D) 1

6. 參數曲線 $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = t^3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ 在 $t = 1$ 處的切線方程式為何？

- (A) $y = x - 2$
- (B) $y = 2x - 4$
- (C) $y = -x + 2$
- (D) $y = x + 2$

7. 求冪級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n2^n}$ 的收斂區間。

- (A) $(-1,3)$
- (B) $[-1,3)$
- (C) $(-1,3]$
- (D) $[-1,3]$

8. 設 R 為第一象限中由曲線 $xy = 1, xy = 4$ 與直線 $y = x, y = 2x$ 所圍成的區域。試求

$\iint_R \frac{x^2+y^2}{xy} dA$ 之值為何？

- (A) $\frac{3}{2}$
- (B) 2
- (C) $\frac{9}{4}$
- (D) 3

9. 在 \mathbb{R}^3 中，能使向量 $v_1 = (1,1,0), v_2 = (1,a,1), v_3 = (0,1,1)$ 線性相依的 a 值為何？

- (A) 0
- (B) 2
- (C) -1
- (D) 1

10. 試求向量 $b = (1,2,2)$ 在子空間 $W = \text{span}\{(1,1,0), (1,0,1)\}$ 上的正交投影為何？

- (A) $(1,1,1)$
- (B) $(2,1,1)$
- (C) $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 0)$
- (D) $(1,2,0)$

11. 設 P_2 為次數不超過 2 的實係數多項式空間。有一線性映射 $T: P_2 \rightarrow P_2$ 定義為 $T(p) = p' + p(0)$ 。若以 $B = \{1, x, x^2\}$ 為基底，將 T 表示為矩陣 M ，滿足 $[T(p)]_B = M [p]_B$ 。則矩陣 M 為何？

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

12. 對 $u_1 = (1, 1, 0)$ 、 $u_2 = (1, 0, 1)$ 依此順序作 Gram-Schmidt 正交化時，第二個非零正交向量可取為下列何者？

(A) $(1, 1, 0)$

(B) $(1, 0, 1)$

(C) $(0, 1, -1)$

(D) $(1, -1, 2)$

13. 設 A 為 2×2 可逆矩陣，且 $\text{tr}(A) = 5$ 、 $\det(A) = 6$ 。求 $\text{tr}(A^{-1})$ 。

(A) $\frac{6}{5}$

(B) $\frac{5}{6}$

(C) 1

(D) $\frac{11}{6}$

14. 求數列 $a_n = n(\sqrt{n^2 + 1} - n)$ 的極限。

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 發散

15. 下列集合何者在 \mathbb{R} 中為緊緻集 (compact set) ?
- (A) $(0,1)$
 (B) $[0, \infty)$
 (C) $\{\frac{1}{n}: n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
 (D) $\{0\} \cup \{\frac{1}{n}: n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$
16. 令 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}, x \in [0,1]$. 下列敘述何者正確?
- (A) f 黎曼可積 (Riemann integrable), 且積分值為 0
 (B) f 黎曼可積, 且積分值為 1
 (C) f 不是黎曼可積, 其下積分 (lower integral) 為 0、上積分 (upper integral) 為 1
 (D) f 在所有無理點 (irrational points) 連續
17. 令 $S = \{q \in \mathbb{Q}: q^2 < 2\}$ 為 \mathbb{R} 的子集。試求 S 的最小上界 $\sup S$ 之值為何?
- (A) S 無最小上界
 (B) 1
 (C) $\sqrt{2}$
 (D) 2
18. 初值問題 $\begin{cases} y' + 2y = e^{-x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$ 之解為何?
- (A) $y(x) = e^{-x}$
 (B) $y(x) = e^{-2x}$
 (C) $y(x) = e^{-x} - e^{-2x}$
 (D) $y(x) = e^{-2x} - e^{-x}$
19. 初值問題 $\begin{cases} y' = y(1-y) \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$ 之解為何?
- (A) $\frac{1}{1+e^x}$
 (B) $\frac{1}{1+e^{-x}}$
 (C) e^{-x}
 (D) $\frac{1}{2}$

20. 在加法群 \mathbb{Z}_{12} 中，元素 $[8]$ 的階 (order) 為何？
- (A) 2
 - (B) 3
 - (C) 4
 - (D) 6
21. 試問 3^{100} 除以 7 的餘數為何？
- (A) 1
 - (B) 2
 - (C) 3
 - (D) 4
22. 下列多項式何者在 $\mathbb{Q}[x]$ 中可約 (reducible) ？
- (A) $x^2 - 2$
 - (B) $x^2 + 1$
 - (C) $x^2 + x + 1$
 - (D) $x^2 - 1$
23. 設兩直線 $L_1: (x, y, z) = s(1, 0, 1)$, $L_2: (x, y, z) = (0, 1, 0) + t(0, 1, 1)$, 其中 $s, t \in \mathbb{R}$. 求 L_1 與 L_2 的距離。
- (A) 0
 - (B) $\frac{1}{3}$
 - (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 - (D) $\sqrt{3}$
24. 由向量 $a = (1, 2, 0)$, $b = (2, 1, 2)$ 張成的平行四邊形面積為何？
- (A) $\sqrt{14}$
 - (B) $\sqrt{21}$
 - (C) $\sqrt{29}$
 - (D) 29
25. 數列滿足 $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} (n \geq 2)$, $a_0 = 0, a_1 = 1$. 試求一般項 a_n 為何？
- (A) n
 - (B) $2n - 1$
 - (C) 2^{n-1}
 - (D) $2^n - 1$

26. 小明錢包裡有 10 個 1 元，6 個 5 元，9 個 10 元。小明隨機從中拿出 8 枚硬幣，有幾種不同的組合？
- (A) 42
(B) 45
(C) 48
(D) 56
27. 小明錢包裡有 10 個 1 元，6 個 5 元，9 個 10 元。小明隨機從中拿出 2 枚硬幣，總和的期望值為何？
- (A) 9.6
(B) 10
(C) 10.4
(D) 10.8
28. 怡君站在家豪西南方距離 $10\sqrt{2}$ 公尺處，而淑芳站在家豪東方 10 公尺處。令 α 表示從怡君看出去家豪和淑芳之間的夾角。則 $\sin \alpha =$
- (A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$
(C) $\frac{1}{\sqrt{6}}$
(D) $\frac{1}{\sqrt{10}}$
29. 已知 α, β 為矩陣 $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ 的兩個特徵值，則 $\alpha^2 + \beta^2 =$
- (A) 5
(B) 13
(C) 8
(D) 17
30. 怡君站在家豪西南方距離 $10\sqrt{2}$ 公尺處，而淑芳站在家豪東方 10 公尺處。怡君和淑芳之間的距離為多少公尺？
- (A) $15\sqrt{3}$
(B) $10\sqrt{5}$
(C) $10 + 10\sqrt{2}$
(D) 24
31. 數列 a_n 滿足 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n$ ，則 $a_{10} =$
- (A) 1525
(B) 1530
(C) 1535
(D) 1540

32. 函數 $f(x) = 4x^3 - 30x^2 + 72x + 7$ 在那個區間遞減？
- (A) $0 < x < 1$
 (B) $1 < x < 2$
 (C) $2 < x < 3$
 (D) $3 < x < 4$
33. 方程式 $3x + 5y = 150$ 有幾組正整數解？
- (A) 8
 (B) 9
 (C) 10
 (D) 11
34. 求 $\int_1^2 x \ln x dx =$
- (A) $3 \ln 2$
 (B) $2 \ln 2 - \frac{3}{4}$
 (C) $\frac{7}{4}$
 (D) $e - 1$
35. 已知 V 是個三維的向量空間，非零線性映射 $T: V \rightarrow V$ 滿足 $T^2 = T$ 。以下何者是錯的？
- (A) 1 是特徵值
 (B) $\text{rank}(T) < \text{trace}(T)$
 (C) $\text{trace}(T) + \text{null}(T) = 3$
 (D) $\text{null}(T) > 0$
36. 金大公司在金門機場賣貢糖，一包 200 元時一週可以賣 5000 包。公司發現定價每增加 10 元，每週會少賣 200 包。請問定價多少時，營業額會最高？
- (A) 200
 (B) 220
 (C) 225
 (D) 235
37. $|x - 1| + |x - 2| + |x - 3| = 2.5$ 的所有解總和為
- (A) 4
 (B) 6
 (C) 7.5
 (D) 8
38. 求 7^{9999} 的最後 3 位數。
- (A) 253
 (B) 143
 (C) 693
 (D) 303

39. 令 S_n 表示邊長為 1 的正 n 邊形的面積。以下何者是錯的？
- (A) $S_3 < S_4 < S_6 < S_8$
 (B) $S_4 S_6 < S_3 S_8$
 (C) $S_4 + S_6 < S_3 + S_8$
 (D) $S_3 + S_4 + S_6 < S_8$
40. 在正方形 ABCD 中， $A=(1, 1)$ ， $C=(3, 7)$ ， $B=(x, y)$ 在第一象限。則 $x-2y=$
- (A) -2
 (B) -1
 (C) 0
 (D) 1
41. 空間中的直線 $L: 6 - x = \frac{y+18}{5} = z$ 和錐面 $S: x^2 + y^2 = 2z^2$ 交於兩點 A、B。A、B 之間的距離為
- (A) 8
 (B) $5\sqrt{2}$
 (C) $6\sqrt{3}$
 (D) 12
42. F_n 表示費波那契數列的第 n 項。以下那一項是 7 的倍數？
- (A) F_{1001}
 (B) F_{1250}
 (C) F_{2468}
 (D) F_{2880}
43. 對函數 $f(x) = \frac{1}{x^3+x}$ 及其圖形，以下何者是錯的？
- (A) 有一條水平漸近線
 (B) 有一條垂直漸近線
 (C) 對 y 軸對稱
 (D) 對原點對稱
44. 雙曲線 $x^2 - 3xy + 2y^2 = 3$ 在點 $(1, 2)$ 的切線斜率為
- (A) $\frac{4}{5}$
 (B) $\frac{3}{4}$
 (C) $-\frac{3}{2}$
 (D) $-\frac{5}{7}$

45. 小明在金門包了一艘船準備去小金門、大膽、二膽、獅嶼四個島。船長下午要趕回來接小孩，所以一定要分成兩天。請問有幾種不同的安排方式？

- (A) 48
- (B) 56
- (C) 72
- (D) 96

46. $A = \begin{bmatrix} 1 + \sqrt{3}i & 1 - \sqrt{3}i \\ 1 - \sqrt{3}i & -1 - \sqrt{3}i \end{bmatrix}$ 。則 $\det A^5 =$

- (A) 72
- (B) 32
- (C) 1024
- (D) 1440

47. $x^2 - 10x + 30 = 6\sqrt{x^2 - 10x + 25}$ 的所有解的總和為

- (A) 0
- (B) 6
- (C) 10
- (D) 20

48. 整數 1 到 1000 中和 99 互質的數有幾個？

- (A) 560
- (B) 631
- (C) 607
- (D) 701

49. 求無窮級數 $\frac{1}{115} + 2\left(\frac{1}{115}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{115}\right)^3 + \dots$ 的和

- (A) $\frac{115}{114^2}$
- (B) $\frac{115}{114}$
- (C) $\frac{116}{115^2}$
- (D) $\frac{115^2}{114^2}$

50. 如果正三角形 ABC 其中一邊的斜率為 $\frac{1}{2}$ ，則它的三邊的斜率的乘積為

- (A) -5
- (B) $-\frac{1}{2}$
- (C) $-\frac{5\sqrt{3}}{2}$
- (D) $-2\sqrt{3}$