

# 97學年度南臺灣國中教師甄選數學科試題

單選題：以下題目共 50 題，為四選一單選選擇題(每題 2 分，共 100 分)

- 1 至 2000 的自然數中，求是 5 的倍數但不是 7 的倍數者有多少個？ (A)57 (B)285 (C)343 (D)400
- 求  $7^5 + 4 \times 7^4 - 17 \times 7^3 - 24 \times 7^2 + 36 \times 7$  之值。 (A)5796 (B)8182 (C)13432 (D)19656
- 有一四邊形 ABCD，其對角線長分別為  $\overline{AC}=12$ ， $\overline{BD}=11$ ，兩對角線夾角為  $\theta$  與  $\phi$ 。若  $\theta=3\phi$ ，求此四邊形面積。  
(A) $33\sqrt{2}$  (B)32 (C) $22\sqrt{2}$  (D) $11\sqrt{2}$
- 設兩直線  $2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2 = 0$  之夾角為  $\theta$ ，求  $\sin\theta$ 。(A) $\frac{1}{\sqrt{26}}$  (B) $\frac{1}{5}$  (C) $\frac{1}{\sqrt{13}}$  (D) $\frac{1}{2}$
- 下列不等式何者正確？( $\log_{10}2=0.301$ ， $\log_{10}3=0.4771$ )  
(A) $100^{20} > 50^{30} > 10^{50} > 5^{100}$  (B) $5^{100} > 50^{30} > 10^{50} > 100^{20}$  (C) $50^{30} > 5^{100} > 10^{50} > 100^{20}$  (D) $5^{100} > 10^{50} > 50^{30} > 100^{20}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^{10} - 1}{x} =$  (A)1 (B)-1 (C)10 (D)-10
- 在  $y = x^2$  上距離(0,2)最近的點為 (A)(0,0) (B) $(\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2})$  (C) $(\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3})$  (D) $(\sqrt{\frac{7}{3}}, \frac{7}{3})$
- 三直線  $L_1: 3x - y - 1 = 0$ ， $L_2: x - y + 1 = 0$ ， $L_3: 2x + ky + 1 = 0$ ，不能圍成一個三角形，則 k 值為(A)-2 (B)2 (C) $\frac{2}{3}$  (D) $\frac{3}{2}$
- 若  $|x + \frac{1}{2}| \leq \frac{3}{2}$ ， $|y - \frac{5}{2}| \leq \frac{1}{2}$ ，則(A)  $4 \leq x^2 + y^2 \leq 13$  (B)  $0 \leq x^2 + y^2 \leq 9$  (C)  $-4 \leq x \cdot y \leq 4$  (D)  $-6 \leq x \cdot y \leq 6$
- $(1+x)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$  則  $a_0, a_1, \dots, a_{10}$  的中位數為 (A)45 (B)50 (C)55 (D)60
- $2x^2 + kx + 3 > x^2 - x + 2$  恆成立，則 k 值的範圍為 (A) $-3 < k$  (B) $-3 < k < 1$  (C) $k > 1$  (D) $k > 2$
- 設  $a, b \in R$ ，" $a > b$ " 是 " $a^2 > b^2$ " 的(A)必要條件 (B)充分條件 (C)非充分且非必要條件 (D)充要條件
- 設  $S = \{0, \{0\}, \phi\}$ ，則下列敘述何者正確？(A) $\phi \subset S$  (B) $\{0\} \notin S$  (C) $\{0\} \subset S$  (D)  $\phi \notin S$
- 設  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & 0 \leq x < 2 \\ 9 - x, & 2 \leq x < 6 \end{cases}$  且  $f(x+6) = f(x)$  則  $f(14) + f(f(13))$  為(A)10 (B)11 (C)12 (D)13
- 設  $x, y \in R$ ，下列何者表示 y 是 x 的函數？(A) $x^2 + y^2 = 9$  (B)  $x + y^2 = 9$  (C) $y = \sqrt{x^2 + 9}$  (D)  $x = \sqrt{y^2 + 9}$
- 設  $f(n)$  表  $7^n$  除以 10 的餘數，則  $f(1) + f(2) + \cdots + f(101)$  為(A)607 (B)605 (C)507 (D)505
- $\sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \cdots + \sin 359^\circ + \sin 360^\circ = ?$  (A)360 (B)180 (C)0 (D)-180
- 下列何者不是數系(number system) (A)有理數 (B)小數 (C)實數 (D)複數
- 七位數 26ab508 為 99 的倍數，則  $a+3b=$  (A)6 (B)8 (C)10 (D)12
- 不大於 143 且與 143 互質的自然數個數是 (A)96 (B)112 (C)120 (D)136
- 幾何原本(Elements)的編著者是 (A)柏拉圖(Plato) (B)阿基米德(Archimedes)  
(C)歐幾里德(Euclid) (D)畢達哥拉斯(Pythagoras)
- 三邊長分別為 5，12，13 的三角形，三邊上高的總和在那一個範圍 (A)[20,21) (B)[21,22) (C)[22,23) (D)[23,24]
- $f(x) = x^2 + 5$ ， $g(x) = \sqrt{x}$ ，則  $f(g(2)) =$  (A)3 (B)5 (C)7 (D)9
- $x > 0$ ， $y = x + \frac{2}{x}$  之最小值為 (A) $\sqrt{2}$  (B)  $2\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D)  $2\sqrt{3}$
- 化  $\frac{12x-22}{x^2-4x+3}$  為部分分式  $\frac{b}{x+a} + \frac{d}{x+c}$ ，則  $a+b+c+d =$  (A)11 (B)10 (C)9 (D)8
- 設  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則滿足  $A^n = I$  的最小自然數 n 是 (A)2 (B)3 (C)4 (D)6
- 方程式  $x^2 + y^2 - \sqrt{24}x - 18y - 202 = 0$  所代表的圓之半徑為 (A)21 (B)17 (C)15 (D)13
- $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x}) =$  (A)不存在 (B)0 (C)1 (D) $\infty$

29.  $1 + \log_2 x$  之值域為 (A)  $\{y: y > 0\}$  (B)  $\{y: y > 1\}$  (C)  $\{y: y \neq 1\}$  (D)  $R$
30. 有一邊長為  $\sqrt{3}$  之正三角形，其內切圓半徑與外接圓半徑之和為 (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 3
31.  $x > 2$  為  $(x-2)(x+2) > 0$  之何種條件? (A) 充分 (B) 必要 (C) 充要 (D) 若且唯若
32. 一正整數介於 800 及 900 之間，它除以 3 餘 1，除以 5 餘 2，除以 7 也餘 2，則它除以 11 之餘數為何?  
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
33.  $x + y + z = 10$  之正整數解有幾組? (A) 18 (B) 24 (C) 36 (D) 48
34. 平面上 10 條線最多可以把平面分割為幾個不重疊的區域? (A) 36 (B) 48 (C) 56 (D) 64
35. 設  $f(a) = \log \frac{1-a}{1+a}$ ， $|a| < 1$ 。若  $f(-a) = 1$ ，求  $f\left(\frac{2a}{1+a^2}\right)$  之值? (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1
36. 設  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，且  $\cos \theta + \sin \theta = \frac{1}{x} + \frac{x}{2}$ ， $(x > 0)$ ，則  $x = ?$  (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $2\sqrt{2} - 1$  (C)  $\sqrt{2} + 1$  (D)  $\sqrt{2} - 1$
37. 設  $b = a^4 - 27a^2 + 81$ ，其中  $a, b$  均為正整數，若  $b$  為質數，則  $a + b = ?$  (A) 16 (B) 28 (C) 36 (D) 48
38. 設  $f(x) > 0$  且  $f(4) = 54$ ，對所有  $x, y \in R$  滿足  $2f(x+y) = f(x)f(y)$ ，求  $f\left(\frac{4}{3}\right) = ?$  (A) 4 (B) 6 (C) 10 (D) 15
39. 求  $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 2 & 8 & 32 \\ 2 & 12 & 72 \end{vmatrix}$  之值為? (A) 32 (B) 64 (C) 128 (D) 256
40. 設  $34x788y$  為 72 的倍數，則  $x - y$  的可能值為何? (A) -2 (B) 0 (C) 3 (D) 6
41. 求  $1! + 2! + 3! + \cdots + 10!$  除以 10 的餘數為何? (A) 0 (B) 3 (C) 6 (D) 9
42. 設  $X \sim N(2, 1)$ ， $Y \sim N(2, 2)$ ，令  $Z = 2X - Y$ ，則下列敘述何者正確?  
(A)  $Z$  為常態分配 (B)  $Z$  的變異數為 10 (C)  $Z$  的變異數為 6 (D)  $Z$  的期望值為 2
43. 設  $A, B$  均為  $n$  階方陣， $I$  為  $n$  階單位方陣，則下列敘述何者正確?  
(A) 若  $AB = 0$ ，則  $BA = 0$  (B) 若  $A^2 = B^2$ ，則  $A = B$  或  $A = -B$   
(C)  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$  (D)  $(A + I)^2 = A^2 + 2A + I$
44. 設  $k \in R$ ，若  $x^3 - kx^2 + 2x - 2 = 0$  有純虛根，則此方程式的實根為? (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2
45. 設  $a - 1$  與  $a + 2$  均為方程式  $x^2 + |x - 3| + 5k = 0$  的解，且  $(a - 1)(a + 2) < 0$ ，則  $k = ?$  (A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2
46. 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 120^\circ$  且其面積為  $4\sqrt{3}$ ，則此三角形的周長的最小值為?  
(A) 6 (B) 8 (C)  $6 + 4\sqrt{3}$  (D)  $8 + 4\sqrt{3}$
47.  $\triangle ABC$  為等腰直角三角形， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。自斜邊  $\overline{BC}$  中取一點  $P$ ，已知  $\overline{BP} = 2$ ， $\overline{CP} = 4$ ，則  $\overline{AP} = ?$   
(A)  $\sqrt{10}$  (B) 3 (C)  $2\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{3}$
48. 設  $a, b, c, d \in N$ ，已知  $x^{-1} + 2y^{-1} + 3z^{-1} + 4u^{-1} = 5v^{-1}$ ， $xyzuv \neq 0$  且  $a^x = \sqrt{(2b)^y} = \sqrt[3]{(3c)^z} = \sqrt[4]{(4d)^u} = \sqrt[5]{240^v}$ ，  
則  $a, b, c, d$  的可能值共有多少種? (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 20
49. 設  $x$  為單位圓中內接正 8 邊形的一邊長，則  $x^2 + x^4 + x^6 + \cdots + x^{2n} + \cdots$  之值為? (A)  $\sqrt{2}$  (B) 2 (C)  $2\sqrt{2}$  (D) 4
50. 設  $a, b, c$  為正整數，且為奇數的機率分別為  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ，求  $ab + bc + abc$  為奇數的機率?  
(A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{3}{12}$  (C)  $\frac{3}{16}$  (D)  $\frac{5}{24}$